TD de codes correcteurs d'erreurs

1. Considérons le code $C[6,3]$ binaire engendré par la matrice G

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   (a) Ecrire la matrice sous forme systématique
   (b) Combien le code C a-t-il de mots?
   (c) Quelle est la capacité de correction du code?
   (d) Déterminer la matrice génératrice du code dual $C^{\perp}$.
   (e) le vecteur $y = (100111)$ est-il un mot de C?
   (f) le vecteur $y = (010110)$ est-il un mot de $C^{\perp}$?
   (g) Déterminer le tableau standard correspondant à C.
   (h) L'énumérateur de poids de C est défini par

$$W_C(y_0, y_1) = \sum_{c \in C} y_0^{n_0} y_1^{n_1},$$

   où les n_i représentent le nombre de coordonnées égales à i dans le code C. Déterminer les énumérateurs de poids $W_C(y_0, y_1)$ de C et $W_{C^{\perp}}(y_0, y_1)$ de $C^{\perp}$.
   (i) Calculer $\frac{1}{|C|} W_C(y_0 + y_1, y_1 - y_1)$.

2. Soit le code C sur F_3 défini par

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

   (a) Ecrire tous les mots de ce code. Quelle est sa distance minimale?
   (b) Montrer que C est auto-dual ($C = C^{\perp}$). Calculer le syndrome de $a = (1101)$ et trouver le mot de code le plus proche de a.

3. Soit C le code de parité de longeur 4. Quelle est sa matrice génératrice (systématique) et la matrice de controle correspondante?

4. Codage itératif : Turbo mots croisés
   Décoder le tableau suivant en utilisant les définitions, d'abord horizontalement puis verticalement et ainsi de suite. Il se peut qu'une correction à l'étape i se révèle erronée à l'étape $i+1$.

	1	2	3	4	5
I	D	E	G	A	T
II	G	A	M	M	A
III	D	I	N	A	R
IV	U	S	E	N	T
V	S	O	R	G	E

   Horizontalement : I Dommage. II Lettre. III Repas. IV Minent. V Enchâssement.
   Verticalement : 1 Gras. 2 Envoyée. 3 Indisposer. 4 Intermédiaire. 5 Gâteau.

5. Construire un code binaire de paramètres $[15, 11, 3]$.