

## TD 2 de cryptographie

### Chiffrement

On considère un système de chiffrement  $E$  tel qu'il existe un algorithme efficace  $A$  défini par : à partir de n'importe quel chiffré de longueur  $n > 5$ ,  $A$  retourne le 5ème bit du clair.

E a-t-il une sécurité parfaite ?

E est-il sémantiquement sûr ?

### PRG

On considère un PRG appelé  $G$ .

Soit  $k$  un germe,  $G(k)$  rend une séquence de longueur  $n$  paire avec autant de 0 que de 1 ( $\#0 = \#1$ ).

$G$  est-il sûr ?

Un test peut-il casser  $G$  ? avec quel avantage ?

### LFSR

0) Afin de vérifier que vous ne vous trompez pas de sens lorsque vous déterminez une séquence à partir d'un polynôme : un LFSR avec registre 100 et polynôme de rétroaction  $x^3+x+1$  donne la séquence 1001110. Ici, on a  $S_0=1, S_1=0, S_2=0$ . Calculez les  $S_i$  en utilisant la formule de récurrence du cours et dans un deuxième temps, dessinez le registre et la fonction linéaire et déterminez les  $S_i$  en faisant tourner le registre.

1) Donnez les séquences binaires produites par le LFSR de longueur 4 et de polynôme de rétroaction  $P(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$ . Même question avec  $P(x)=x^4+x+1$ .

2) Expliquez pourquoi les séquences binaires produites par des LFSR sont périodiques à partir d'un certain rang. Si un LFSR est de longueur  $m$ , quel est la longueur maximum de la période ? La séquence produite par le LFSR de la question 1) avec  $P(x)=x^4+x+1$  pourrait-elle être produite par un LFSR plus court ?

3) Combinaison de LFSR.

Considérons deux LFSRs dont les sorties sont combinées par un ou-exclusif pour produire une suite binaire. Le premier a pour polynôme de rétroaction  $p_1=x^3+x+1$  et le deuxième  $p_2=x^4+x+1$ . Quelle est la longueur de la séquence (période) générée ? Existe-t-il un intérêt à composer plusieurs LFSR ?

4) Quel est le LFSR le plus petit qui produit la suite binaire périodique de période 1010011 ?

5) On considère des messages écrits avec les 32 symboles suivants, chacun étant codé par un mot de 5 bits :

A	00000	G	00110	M	01100	S	10010	Y	11000	?	11110
B	00001	H	00111	N	01101	T	10011	Z	11001	!	11111
C	00010	I	01000	O	01110	U	10100	.	11010		
D	00011	J	01001	P	01111	V	10101	-	11011		
E	00100	K	01010	Q	10000	W	10110	,	11100		
F	00101	L	01011	R	10001	X	10111	:	11101		

Considérons le registre de polynôme de rétroaction  $f(x)=x^5+x^2+1$ . La séquence produite par ce LFSR sert à chiffrer des messages. James Bond envoie à Money Penny et Q le nom d'une personne (dont la 2ème lettre est un « a ») susceptible de l'aider à détruire Spectre. Il envoie le chiffré suivant :

**z-ayrmcqvm-eid**

Arriverez-vous à retrouver l'état initial du registre et en déduire le nom de la personne ?