

TD 2 de mathématiques

1. Déterminer tous les entiers premiers inférieurs à 30 qui sont congrus à 3 mod 4.
2. Calculer dans \mathbb{Z}_7 : $[2]_7 + [6]_7$, $[2]_7 \cdot [5]_7$
3. Déterminer Z_{14}^* et Z_{15}^* .
4. Déterminer x et y tel que $5x + 17y = 1$.
5. Résoudre l'équation $2x \equiv 2y \pmod{8}$.
6. Résoudre $5x \equiv 20 \pmod{25}$ puis $4x \equiv 3 \pmod{29}$
7. Calculer $25/4 \pmod{17}$
8. Calculer $37/3 \pmod{32}$
9. Calculer $37/3 \pmod{30}$
10. Déterminer un entier x tel que $2x \equiv 1 \pmod{7}$.
11. Déterminer un entier x tel que $17x \equiv 1 \pmod{21}$.
12. Résoudre l'équation $65x \equiv 1 \pmod{101}$ en utilisant l'algorithme d'Euclide étendu.
13. Calculer $11^{-1} \pmod{26}$, $18^{-1} \pmod{35}$, $7^{-1} \pmod{33}$, $7^{-1} \pmod{26}$, résoudre $7x \equiv 1 \pmod{35}$.
14. Calculer x tel que
$$\begin{cases} x \equiv 12 \pmod{21} \\ x \equiv 4 \pmod{5} \\ x \equiv 6 \pmod{22} \end{cases}$$
15. Calculer x tel que
$$\begin{cases} x \equiv 12 \pmod{18} \\ x \equiv 5 \pmod{12} \end{cases}$$

16. Combien l'armée de Han Xing comporte-t-elle de soldats si, rangés par 3 colonnes, il reste deux soldats, rangés par 5 colonnes, il reste trois soldats et, rangés par 7 colonnes, il reste deux soldats ?
17. Soit n un entier positif. Soit E_n le nombre de paires d'entiers $\{a, b\}$ tel que $1 \leq a \leq n$, $1 \leq b \leq n$, et $\text{PGCD}(a, b) = 1$. Soit R_n le nombre de nombres rationnels *distincts* a/b , où $0 \leq a < b \leq n$.
- (a) Calculez E_i et R_i pour $i \leq 6$.
- (b) Montrez que $E_n = R_n$.